

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ
MATEMÁTICA – PROVA DE TRANSFERÊNCIA INTERNA, EXTERNA E PARA
PORTADOR DE DIPLOMA DE CURSO SUPERIOR – 29/06/2014

CANDIDATO: _____

CURSO PRETENDIDO: _____

- OBSERVAÇÕES:**
- 01 – Prova sem consulta.
 - 02 – A prova pode ser feita a lápis.
 - 03 – Proibido o uso de calculadoras e similares.
 - 04 – Duração: 2 HORAS.

1ª Questão (10 pontos): Resolvendo a equação $\log_4^{(x-3)} = 1 + \log_{16}^{(x-3)}$, obtenos:

- a) $x = 17$ b) $x = 18$ **c) $x = 19$** d) $x = 20$ e) $x = 21$

SOLUÇÃO

$$\log_4^{(x-3)} = 1 + \frac{\log_4^{(x-3)}}{\log_4^{16}} \Rightarrow \log_4^{(x-3)} = 1 + \frac{\log_4^{(x-3)}}{2}$$

Multiplicando por 2:

$$2\log_4^{(x-3)} = 2 + \log_4^{(x-3)} \Rightarrow \log_4^{(x-3)} = 2 \Rightarrow x-3 = 4^2 \Rightarrow x = 19$$

2ª Questão (10 pontos): Uma função f é tal que $f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$ e $f(x+1) = x \cdot f(x)$ para

todo $x \in \mathbb{R}$. Nestas condições, $f\left(\frac{7}{2}\right)$ é igual a:

- a) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ **c) $\frac{15\sqrt{\pi}}{8}$** d) $\frac{3\sqrt{\pi}}{4}$ e) $\frac{5\sqrt{\pi}}{3}$

SOLUÇÃO:

- Para $x = \frac{1}{2}$, temos $f\left(\frac{1}{2} + 1\right) = \frac{1}{2} \cdot f\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\pi} \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$
- Para $x = \frac{3}{2}$, temos $f\left(\frac{3}{2} + 1\right) = \frac{3}{2} \cdot f\left(\frac{3}{2}\right) \Rightarrow f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Rightarrow f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{3\sqrt{\pi}}{4}$
- Para $x = \frac{5}{2}$, temos $f\left(\frac{5}{2} + 1\right) = \frac{5}{2} \cdot f\left(\frac{5}{2}\right) \Rightarrow f\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{3\sqrt{\pi}}{4} \Rightarrow f\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{15\sqrt{\pi}}{8}$

3ª Questão (10 pontos): Calculando $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(7x)}{\operatorname{tg}(5x)}$, encontramos:

- a) $\frac{5}{7}$ b) $\frac{7}{5}$ c) $\frac{1}{3}$ d) 1 e) ∞

SOLUÇÃO:

$$\text{Temos: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(7x)}{\operatorname{tg}(5x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(7x)}{\frac{\operatorname{sen}(5x)}{\cos(5x)}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(7x) \cdot \cos(5x)}{\operatorname{sen}(5x)}$$

Multiplicando e dividindo o numerador e o denominador por $(7x)$ e $(5x)$, respectivamente, temos:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(7x)}{\operatorname{tg}(5x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x \cdot \frac{\arcsen(7x)}{7x} \cdot \cos(5x)}{5x \cdot \frac{\operatorname{sen}(5x)}{5x}}$$

Separando os limites, teremos:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(7x)}{\operatorname{tg}(5x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{5x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \cos(5x) \cdot \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(7x)}{7x}}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(5x)}{5x}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsen(7x)}{\operatorname{tg}(5x)} = \frac{7}{5}$$

4ª Questão (10 pontos): A soma de dois números reais x e y , com $x < y$, é igual a 4.

Quais devem ser esses números para que a soma do cubo do menor com o quadrado do maior seja Máxima?

- a) $x = -3$ e $y = 7$
b) $x = 1$ e $y = 3$
c) $x = -1$ e $y = 5$
d) $x = -2$ e $y = 6$
e) $x = 0$ e $y = 4$

SOLUÇÃO

Seja x o menor número e y o maior número, tem-se $x + y = 4 \Rightarrow y = 4 - x$.

Tomando $S = x^3 + y^2$, e substituindo a equação acima, temos: $S = x^3 + (4 - x)^2$.

Como queremos obter os extremos desta soma, devemos encontrar os Pontos Críticos, ou

seja, devemos ter: $\frac{dS}{dx} = 0$.

$$\text{Assim: } 3x^2 + 2(4 - x)(-1) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0.$$

Resolvendo a equação, obtemos: $x = \frac{-2 \pm 10}{6} \begin{cases} x = -2 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$, que são os Pontos Críticos.

Pelo Teste da Derivada Segunda: $\frac{d^2S}{dx^2} = 6x + 2$.

• Para $x = -2 \Rightarrow \frac{d^2S}{dx^2} = -10 \Rightarrow \frac{d^2S}{dx^2} < 0$ (Ponto de Máximo Relativo).

• Para $x = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{d^2S}{dx^2} = 10 \Rightarrow \frac{d^2S}{dx^2} > 0$ (Ponto de Mínimo Relativo).

Portanto: $x = -2$ e $y = 6$

5ª Questão (10 pontos): Calculando o valor da integral $I = \int_1^8 \frac{dt}{\sqrt[3]{t} \cdot \sqrt{1 + \sqrt[3]{t}}}$, obtém-se:

- a) $5\sqrt{2}$ b) $4\sqrt{2}$ c) $3\sqrt{2}$ **d) $2\sqrt{2}$** e) $\sqrt{2}$

SOLUÇÃO:

Fazendo: $\sqrt{1 + \sqrt[3]{t}} = x \Rightarrow \sqrt[3]{t} = x^2 - 1 \Rightarrow t = (x^2 - 1)^3 \Rightarrow dt = 3(x^2 - 1)^2 \cdot 2x \cdot dx$.

• Para $t = 1 \Rightarrow x = \sqrt{2}$

• Para $t = 8 \Rightarrow x = \sqrt{3}$

Assim: $I = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{3(x^2 - 1)^2 \cdot 2x \cdot dx}{x(x^2 - 1)^3} \Rightarrow I = \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} 6(x^2 - 1) dx$

Calculando: $I = 6 \cdot \left[\frac{x^3}{3} - x \right]_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \Rightarrow I = 2\sqrt{2}$

6ª Questão (10 pontos): Encontrar a equação da reta s que é perpendicular à reta $r: y = -2x + 7$ e que passa pelo ponto $P(2,3)$.

SOLUÇÃO:

A equação da reta procurada é da forma $y - y_0 = m_s(x - x_0)$, onde $x_0 = 2$ e $y_0 = 3$. Como $s \perp r$, devemos ter $m_r \cdot m_s = -1$.

Uma vez que $m_r = -2$, então $-2 \cdot m_s = -1 \Rightarrow m_s = \frac{1}{2}$.

Assim, a reta s será: $y - 3 = \frac{1}{2}(x - 2)$.

Escrevendo na forma reduzida: $y = \frac{1}{2}x - 1 + 3 \Rightarrow s: y = \frac{1}{2}x + 2$

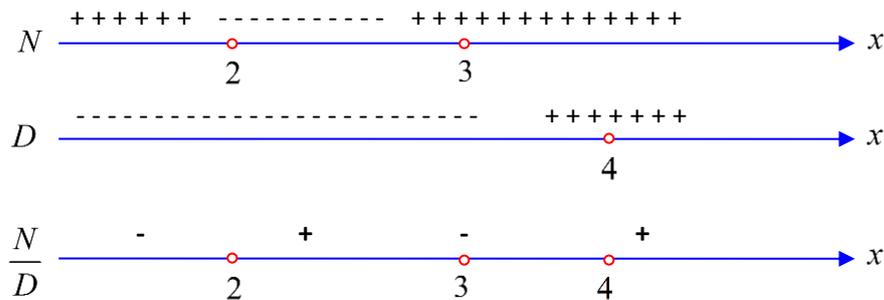
7ª Questão (10 pontos): Encontre o Domínio $D(f)$ da função definida por

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 4}\right).$$

SOLUÇÃO

Devemos ter: $\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 4} > 0$.

Para isto, vamos estudar os sinais do numerador e do denominador e fazer a interseção. Assim:



Portanto: $D(f) = \{x \in \mathbb{R} / 2 < x < 3 \text{ ou } x > 4\}$

8ª Questão (10 pontos): Achar a equação da reta que é tangente à curva $3.(x^2 + y^2)^2 = 100xy$ pelo ponto $P(3,1)$.

SOLUÇÃO:

Sabemos que a equação da reta tangente à curva da função $y = f(x)$ pelo ponto $P(x_0, y_0)$ é dada por $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ ou $y - y_0 = y'_p.(x - x_0)$.

No nosso caso, temos: $x_0 = 3$ e $y_0 = 1$.

Para obtermos $f'(x_0) = y'_p$, vamos derivar implicitamente a função dada.

Assim: $6.(x^2 + y^2)(2x + 2y.y') = 100y + 100x.y'$

$12.(x^2 + y^2)(x + y.y') = 100y + 100x.y' \Rightarrow 3.(x^2 + y^2)(x + y.y') = 25y + 25x.y'$

Substituindo o ponto $P(3,1)$ na expressão acima, obtemos:

$3.(9 + 1).(3 + y'_p) = 25 + 75y'_p \Rightarrow y'_p = \frac{13}{9}$.

Portanto, a reta tangente é: $y - 1 = \frac{13}{9}.(x - 3) \Rightarrow y = \frac{13}{9}x - \frac{10}{3}$

9ª Questão (10 pontos): Calcule $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 6x + 8}$, usando Frações Parciais.

SOLUÇÃO:

Devemos, primeiramente, obter as raízes do denominador.

Assim: $x^2 + 6x + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm 2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -4 \end{cases}$.

Portanto, podemos escrever a integral na forma: $I = \int_0^1 \frac{dx}{(x + 2).(x + 4)}$.

Por Frações Parciais, escrevemos: $\frac{1}{(x+2)(x+4)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+4}$.

Reduzindo ao mesmo denominador e comparando os numeradores, devemos ter:

$$1 = A(x+4) + B(x+2) \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2} \\ B = -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Assim: } I = \int_0^1 \frac{\frac{1}{2}}{x+2} dx + \int_0^1 \frac{-\frac{1}{2}}{x+4} dx \Rightarrow I = \left[\frac{1}{2} \cdot \ln(x+2) - \frac{1}{2} \ln(x+4) \right]_0^1.$$

$$\text{Calculando: } I = \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{1}{2} \ln 5 - \frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2} \ln 4.$$

$$\text{Simplificando, obtemos finalmente: } I = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{6}{5}\right)$$

10ª Questão (10 pontos): Resolver a integral $I = \int (x-5)^9 \cdot (2x+3) dx$, usando o Método de Integração Por Partes $\int u dv = u \cdot v - \int v du$.

SOLUÇÃO

$$\text{Fazendo: } \begin{cases} u = 2x+3 \Rightarrow du = 2dx \\ dv = (x-5)^9 dx \Rightarrow v = \frac{(x-5)^{10}}{10} \end{cases}.$$

$$\text{Assim: } I = (2x+3) \cdot \frac{(x-5)^{10}}{10} - \int \frac{(x-5)^{10}}{10} \cdot 2dx.$$

$$I = \frac{(2x+3)(x-5)^{10}}{10} - \frac{2}{10} \cdot \frac{(x-5)^{11}}{11} + C$$

$$I = \frac{(x-5)^{10}}{10} \cdot \left(2x+3 - \frac{2(x-5)}{11} \right) + C \Rightarrow I = \frac{(x-5)^{10}}{10} \cdot \frac{22x+33-2x+10}{11} + C.$$

$$\text{Finalmente: } I = \frac{(x-5)^{10} \cdot (20x+43)}{110} + C$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

**LÍNGUA INGLESA – PROVA DE TRANSFERÊNCIA INTERNA, EXTERNA E PARA
PORTADOR DE DIPLOMA DE CURSO SUPERIOR – 29/06/2014**

CANDIDATO: _____

CURSO PRETENDIDO: _____

OBSERVAÇÕES: 01 – Prova sem consulta.

02 – Duração: 2 HORAS

TEXTO

Leia o texto abaixo e responda as questões 1 a 10.

Title: _____

By Doug Richard

When thinking about how you start your business, getting the right team together will be the most important and the most difficult decision you make. The reason is simple. No one person has all the skills, experience, contacts or reputation that are required to get a business up and running. So, in order to succeed, you will have to form a core team of people.



Before that, however, you can only know who else you need by knowing your strengths and your weaknesses. Having a great business idea does not mean that you have the skills to manage others. The hardest of all your decisions may be to let someone else lead the company you founded.

Want, then, does the team need?

First, it needs the ability to sell – and in particular the ability to persuade others to buy into your vision.

Second, the team needs the ability to count. The business is managed by managing the flow of cash. It may be the accountant's job to do your books, but it is your responsibility to understand them so well that you use them to drive the business.

Third, the team needs experience. There are three types: customer experience, product experience and start-up experience. If you are going to sell an Internet service to restaurants, you need experience in the development of Internet services and experience of running restaurants. If your team has only one or the other, you will either know what product to build or how to build it, but not both.

Fourth, the team needs to have contacts, relationships, a network. Having people who can help you informally or formally will help your business succeed.

Finally, you and your team must be fully aware that starting a business means giving up two things – time and money. It frequently means working evenings and weekends, and being last in line for payment. Succeeding with an innovation-based company takes everything: all of your time, all your great ideas, lots of personal sacrifices – and it may take all of your money.

There is no magic formula to building a business. It is like putting together the pieces of a puzzle. But it is worth remembering that the team is the most important piece.

(Texto extraído de COTTON, David; FALVEY, David; KENT, Simon. **Market Leader pre-intermediate**: course book. Harlow: Pearson Longman, 2002)

1ª Questão: What is the best title for the text above?

- A. How to add the human touch
- B. Business problems
- C. Dedication and Commitment
- D. Innovation

2ª Questão: What are the things one should give up in order to successfully run their own business?

- A. Social life
- B. Family, friends, time and money
- C. Stability
- D. All the above

For questions 3 to 5, choose T for true or F for false

3ª Questão: If you want your new business to succeed, you yourself first need to gain all the necessary skills and experience. (T) (F)

4ª Questão: New entrepreneurs sometimes rightly decide to let another person lead the company they started up. (T) (F)

5ª Questão: Good cashflow management is a necessary condition for a business to be successful. (T) (F)

6ª Questão: What is necessary for a good team? Answer in English.

Ability to sell, ability to count, experience, contacts/relationships/network and giving up time and money.

7ª Questão: Explain, in Portuguese, the following statement: There is no magic formula to building a business.

Não há uma fórmula pronta para construir um negócio de sucesso. Cada caso tem suas características e necessidades específicas. É preciso saber avaliar o que é necessário para cada tipo de negócio. (Aceitar respostas similares).

8ª Questão: Why is the team the most important piece in a successful business? Answer in English.

The team is the most important piece because you need people and their abilities to run a successful business. (Aceitar respostas similares)

9ª Questão: Complete the following sentence:

If you have a good network, it will help your business succeed.

10ª Questão: Write a paragraph in Portuguese to summarize the text.

A formação da equipe é de extrema importância na constituição de uma empresa/criação de um negócio. É necessário reunir um grupo de pessoas com habilidades e conhecimento diversos para poderem atuar nas diversas áreas do negócio. A equipe precisa ter habilidades de venda, de administração do capital, experiência, bons contatos e dedicação de tempo e, algumas vezes, dinheiro. Não há uma receita pronta para se constituir uma equipe, mas deve-se dedicar tempo a isso, pois ela é a parte principal de uma empresa. (Aceitar respostas que contenham as ideias mencionadas)